PROSPETTIVE SUL DIBATTITO SULL'APPLICABILITÀ DELLA MATEMATICA

Chiara Pasquali

In un seminario che si è tenuto presso il Dipartimento di Matematica e Fisica dell'Università degli studi Roma Tre il 10 gennaio 2020 Daniele Molinini (Università di Lisbona)[1] ha affrontato il problema poliedrico dell'applicabilità della matematica alle discipline scientifico-tecniche. In particolare, egli ha considerato il caso dei moltiplicatori di Lagrange, introdotti da Giuseppe Luigi Lagrange nel suo celebre trattato di meccanica (*Mécanique analytique*, prima edizione del 1788). La sua esposizione ha mostrato la vastità delle applicazioni e la generalità di un metodo che avevo potuto apprezzare nel mio percorso universitario per la sua utilità nell'ambito della ricerca di massimi e minimi vincolati di funzioni a più variabili.

La presentazione è stata così suddivisa: dopo una prima introduzione del problema generale che costituiva lo sfondo del seminario, sono stati mostrati degli esempi di applicazione della matematica, chiarendo la distinzione, introdotta recentemente dal relatore, tra matematica *intenzionale* e *non intenzionale*; si è passato poi sviluppare succintamente un'analisi storico-filosofica dei moltiplicatori di Lagrange; nelle osservazioni conclusive sono state esaminate le ramificazioni che questo tipo di analisi può avere in altre aree di ricerca.

Molinini ha analizzato come la storia della matematica, la filosofia della matematica e infine l'educazione matematica approccino il problema dell'applicabilità. Egli è partito da un breve racconto, scritto dal premio Nobel della fisica del 1963 Eugene Wigner, come incipit a un suo

[1] Dal 2017 Molinini è ricercatore ('FCT Researcher') presso l'Università di Lisbona, dove è PI del progetto di ricerca Disclosing the Role of Visual Reasoning and Mathematical Diagrams in Scientific Explanation e docente titolare del corso per laurea magistrale Epistemology and Philosophy of Science in the xxth Century presso il Dipartimento di Storia e Filosofia della Scienza. Laureato in fisica (Università di Bologna), ha conseguito un dottorato in filosofia della matematica (Università Paris 7 Denis Diderot, 2011) ed è attualmente professore a contratto di Storia della Scienza nel Corso di Laurea in Filosofia dell'Università Vita San Raffaele di Milano.

famoso articolo "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences" del 1960. Nella storia viene narrato l'incontro tra due ex compagni di classe. Uno di questi, che si occupa di statistica, mostra all'altro un articolo in cui gli oggetti della matematica vengono mischiati agli oggetti concreti, attraverso un "gioco" tra la matematica e il mondo che ci circonda; questo genera stupore nell'amico e la domanda: ma di cosa stiamo parlando, di oggetti reali o di oggetti astratti? Da qui, afferma il relatore, *sorge l'effetto di meraviglia che ci conduce alla filosofia, intesa come ricerca delle ragioni e indagine del pensiero*, in analogia alla filosofia antica, quella in cui non era centrale solamente trovare delle risposte bensì anche tutta la strada che conduceva ad esse, strada fatta di ricerca e ragionamento e compiuta attraverso stili d'indagine storicamente anche molto differenti tra loro. Gli oggetti astratti sono definiti all'interno di teorie, la realtà viene rappresentata da questi oggetti, ma non in maniera univoca; la sola rappresentazione però non risulta sufficiente, non basta sapere come qualcosa è in quanto tale, la scienza si chiede *perché* quel qualcosa è tale, la realtà necessita quindi di una spiegazione.

Molinini ha poi esposto le tre possibilità di approccio della matematica all'applicabilità:

- matematica intenzionale (*intended mathematics*) ovvero una matematica introdotta per catturare un'applicazione in una disciplina empirica. Fra gli esempi citati: nella matematica babilonese, la formula di approssimazione per il calcolo della diagonale di un portale; in età contemporanea invece le serie di Fourier introdotte da Fourier nella teoria analitica del calore per risolvere l'equazione del calore; il principio di Dirichlet introdotto in fisica nella metà del XIX secolo;la funzione Delta di Dirac.
- matematica non intenzionale (*unintended mathematics*) vale a dire una matematica sviluppata in un contesto puramente teorico-matematico per essere poi adoperata nello studio empirico, come per esempio l'applicazione della geometria euclidea verso la metà del III secolo fatta da Aristarco di Samo per stimare la distanza Terra–Sole in termini della distanza Terra–Luna, oppure in epoca recente l'applicazione delle equazioni differenziali nel contesto di dinamica della popolazione.
- infine, una matematica che risulta un ibrido tra i due ed è in questa che Molinini colloca i moltiplicatori di Lagrange: si tratta un metodo puramente matematico, e infatti lo stesso Lagrange afferma che non è difficile trovare lo stesso risultato attraverso la teoria di eliminazione delle equazioni lineari, eppure è introdotto dallo studioso torinese in meccanica, ovvero in un contesto applicativo.

Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange è utilizzato non solo in fisica e in matematica, ma in tantissimi contesti che appartengono a scienze rivolte a fenomeni di ogni genere: chimica, biologia, economia. Il successo di questo metodo, il fatto che la sua applicabilità risulti essere una buona applicabilità è Molinini frutto di due ingredienti[2]: quello che egli identifica con il termine *tracking*, cui bisogna aggiungere poi condizioni di equilibrio. Con *tracking* si intende la relazione che Lagrange individua tra le entità matematiche che si stanno considerando nel metodo dei moltiplicatori e le entità empiriche: queste ultime possono essere viste come corrispondenti agli oggetti matematici. A questo processo di allacciamento dobbiamo aggiungere un processo di idealizzazione delle condizioni, ovvero dobbiamo lavorare con un sistema che risulti all'equilibrio.

Da questa analisi storico-filosofica riemerge in modo preponderante il continuo – e a mio avviso fisiologico scambio – tra matematica e natura. La questione soggiacente è ancora una volta come un sapere che è nato come necessità sia divenuto poi una ricerca estetica, del bello e del perfetto, come nelle parole del matematico e filosofo Edmund Husserl: *negli orizzonti di un perfezionamento* pensabile [..] *si delineano continuamente* forme-limite[3]*,* il quale così sottolinea quella corrispondenza che fin dai primordi abbiamo tra esperienza e astrazione. Ciò che condividono tutte le discipline empiriche che fanno uso dei moltiplicatori di Lagrange mi appare la forma più astratta di questo metodo.

La meraviglia delle buona applicabilità; e più ancora la domanda forse di natura più filosofica – su cui ci si è soffermati nella discussione susseguente all'intervento del relatore – se siamo noi a descrivere attraverso un particolare e arbitrario linguaggio il mondo oppure è il mondo che si mostra a noi nel modo in cui vuole essere descritto e noi si diviene dei narratori del suo essere, mi hanno ricordato la tensione tra natura e ragione che a partire dal 1800 emerge in maniera dirompente tra i matematici europei: da una parte, i matematici francesi, per i quali la matematica aveva un'utilità sociale e, dall'altra, in opposizione, l'approccio più filosofico dei matematici tedeschi, quale si evince da una lettera di Karl Gustav Jacob Jacobi indirizzata a Adrien-Marie Legendre nel luglio del 1839: [...] è *vero che Fourier* è *dell'opinione che gli oggetti principali della matematica sono la pubblica utilità e la spiegazione dei fenomeni naturali; ma uno scienziato come lui dovrebbe sapere che l'unico oggetto della scienza* è *l'onore dello spirito umano* [...][4].

Nelle conclusioni del relatore è emerso come la corrispondenza tra matematica e applicazioni empiriche perda quell'impressione di circostanza miracolosa quando – attraverso un approccio storico e filosofico – si affronta e si studia come nascono e come si sviluppano queste interazioni. Un approccio di questo tipo produrrà ottimi risultati, e su questo egli ha chiuso il

---

2 Si veda Daniele Molinini 2020 Intended and unintended mathematics: The case of the Lagrange multipliers, *Journal for General Philosophy of Science*, 51, pp. 93-113.

3 Queste parole sono riprese nella discussione sulle origini antiche della matematica in G. Israel, A. Millán Gasca 2012 *Pensare in matematica*, Bologna, Zanichelli, p. 186

4 Si veda la discussione del rigore in matematica e l'emergere della matematica assiomatica, ivi, cap. 10, la frase di Jacobi è citata in p. 343.

seminario (ricordando anche la propria esperienza didattica, anche nelle scuole superiori italiane), anche nell'ambito educativo: ciò che propone non è soltanto mostrare le continue interazioni – che risultano di per sé affascinanti per gli allievi – bensì anche come esse si sono determinate, quando sia possibile grazie alla ricerca storiografica ed epistemologica. Un approfondimento della corrispondenza, egli sottolinea, in ambo i versi, tra matematica nel suo aspetto più generale e le sue applicazioni particolari, necessariamente arricchisce il percorso che dovrebbe condurre gli alunni alla vera comprensione dei contenuti che riteniamo debbano apprendere. Ho collegato questa visione pedagogica e didattica a quella di Kieran Egan, nel suo saggio *Teaching as storytelling* (1987), seppure quest'ultimo sia incentrato sulla scuola elementare e gli alunni bambini: l'apprendimento degli esseri umani non è frutto di una somma di unità, logicamente connesse, ma è un percorso atto a suscitare meraviglia, proprio appunto come un racconto, talché tutti i passaggi risultino interessanti e si mantenga desto l'entusiasmo e l'attenzione del discente, il quale giunge alle conclusioni con la stessa soddisfazione e completezza che può dare il sapere *come va a finire* una storia; la vera conoscenza è una conoscenza piena di collegamenti e spunti, e solo allora essa è davvero funzionale allo sviluppo delle risorse dei ragazzi, poiché li coinvolge in maniera attiva in un percorso di crescita e maturazione che essi hanno il diritto di fare con passione ed coinvolgimento.

Chiara Pasquali (Roma, 1988) è laureanda magistrale in Matematica presso il Dipartimento di Matematica e Fisica dell'Università Roma Tre, dove lavora a una tesi sul pensiero pedagogico di Augustus De Morgan. La sua passione è l'insegnamento nelle scuole secondarie di primo grado.

Indirizzo di posta elettronica: chiara.pasquali@hotmail.it